



Archimède est le premier savant qui a démontré que des grandeurs quelconque s'équilibrent à des distances inversement proportionnelles à leurs poids.

Cet énoncé, appelé principe des leviers, permet d'affirmer que la balance ci-dessus est en équilibre dès que les masses m et m' et les points A , B et G vérifient :

$$\overrightarrow{mGA} + \overrightarrow{m'GB} = \vec{0} \quad (1)$$

On dit alors que le point G , défini par la relation (1), est le barycentre du système $\{(A,m),(B,m')\}$.

Les réels m et m' sont les masses respectifs de A et B .

On peut généraliser cette définition aux cas où m et m' sont des réels de signes quelconques, à condition que $m+m'$ soit différent de 0.

Question 01 :

Donner la position de G sur $[AB]$ pour qu'il y ait équilibre avec $m = 50$ g, $m' = 25$ g et $AB = 9$ cm.

Quelques propriétés du barycentre

1. Que peut-on dire de G si $m = m'$? Justifier la réponse à partir de la relation (1).
2. Le barycentre G est-il modifié si les masses m et m' sont remplacées par les masses $2m$ et $2m'$? Que peut-on dire de façon plus générale ?
3. En utilisant la relation de Chasles, montrer que, si $m+m' \neq 0$ la relation (1) équivaut à

$$\overrightarrow{AG} = \frac{m'}{m+m'} \overrightarrow{AB} \quad (2)$$

4. Utiliser la relation (2) pour reproduire la figure 1 dans le cas où $AB = 12$, $m = 3$ et $m' = 2$.

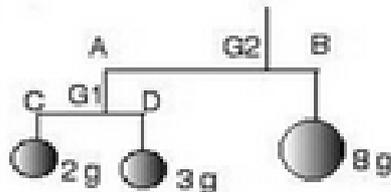


« **Donnez-moi un point fixe et un levier et je soulèverai la Terre.** »

Archimède

Mathématicien Grec

5. On souhaite réaliser une suspension en équilibre ayant les caractéristiques visibles sur le schéma ci-dessous. Où doit-on placer G_1 et G_2 pour que l'ensemble soit en équilibre ? Faire un schéma à l'échelle avec $AB = 13 \text{ cm}$ et $CD = 5 \text{ cm}$.



Application :



Une barre parallélépipédique de longueur $l = 40 \text{ cm}$ et de section $S = 1 \text{ cm}^2$ est constituée pour moitié d'aluminium de masse volumique $\mu_1 = 2,7 \text{ g.cm}^{-3}$ et pour autre moitié de cuivre, de masse volumique $\mu_2 = 8,9 \text{ g.cm}^{-3}$

6. Calculer le volume de la barre puis la masses m et m' des parties d'aluminium et de cuivre de la barre.
7. On note respectivement A et B les centres des parallélépipèdes d'aluminium et de cuivre. On admet que le centre d'inertie G de la barre est le barycentre de $\{(A,m),(B,m')\}$. On note O le centre d'une des deux extrémités de la barre.

- a. A l'aide de la relation (1) et de la relation de Chasles, montrer que

$$\overrightarrow{OG} = \frac{m}{m+m'} \overrightarrow{OA} + \frac{m'}{m+m'} \overrightarrow{OB}$$

- b. Déterminer les distances OA et OB.
- c. Déterminer alors la distance OG entre l'extrémité O de la barre et son centre d'inertie.



« **Donnez-moi un point fixe et un levier et je soulèverai la Terre.** »
Archimède

Mathématicien Grec